

Kinetická energie tuhého tělesa

Při posuvném pohybu opisují všechny body (1,2...n) tuhého tělesa stejné trajektorie a v každém okamžiku mají stejnou rychlost v .

Jeho kinetická energie je tedy

$$E_k = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n v^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} v^2 (m_1 + m_2 + \dots + m_n) = \frac{1}{2} m v^2$$

Při rotačním pohybu jsou ale rychlost závisí na vzdálenosti od osy otáčení. Body, které jsou dál od osy mají větší rychlosti

$$E_k = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n v_n^2$$

Za rychlost obvodovou můžeme dosadit $v = \omega r$, úhlová rychlost ω je pro všechny body stejná

$$E_k = \frac{1}{2} m_1 \omega^2 r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \omega^2 r_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n \omega^2 r_n^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} \omega^2 (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2)$$

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$$

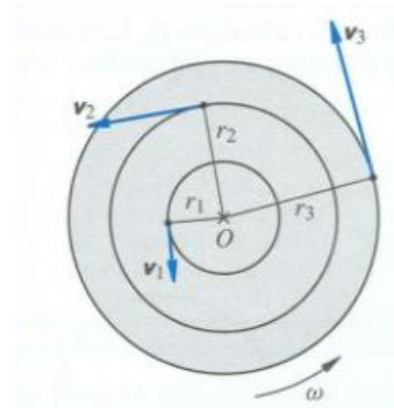
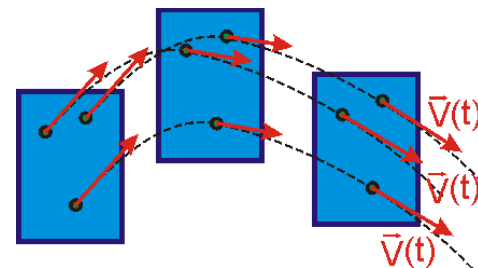
Výraz v závorce je moment setrvačnosti tělesa $J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2$.

Jeho jednotka je nepřekvapivě $kg \cdot m^2$

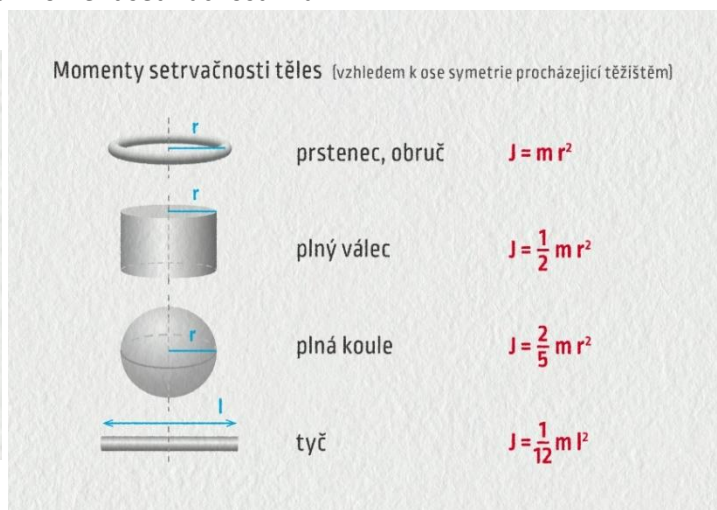
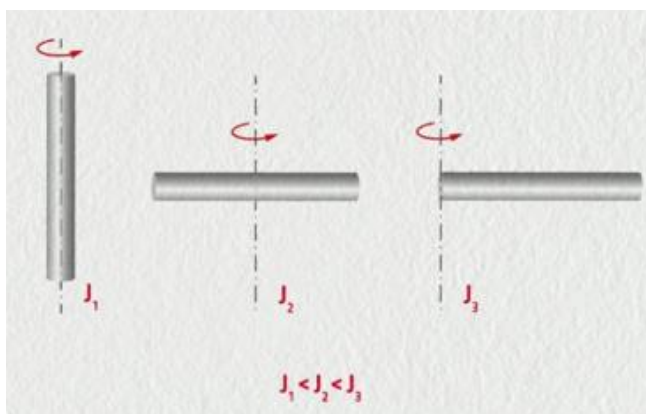
Vzorec pro kinetickou energii rotačního pohybu tuhého tělesa pak vypadá dost podobně jako vzorec pro kinetickou energii posuvného pohybu, jen místo rychlosti máme **úhlovou rychlost** a místo hmotnosti máme **moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení** (viz tabulka)

Momenty setrvačnosti těles vychází z jejich geometrie a jejich výpočet je většinou matematicky náročný a neobejde se bez integrálů. Pro některá tělesa momenty setrvačnosti můžeme najít v tabulkách.

Moment setrvačnosti závisí na ose otáčení. Tyč bude mít jiný moment setrvačnosti vůči různým osám. Čím dále od osy otáčení je hmotnost tělesa rozložena, tím větší moment setrvačnosti má.



Posuvný pohyb	Rotační pohyb
$E_k = \frac{1}{2} m v^2$	$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$
Hmotnost m (kg)	Moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení J ($kg \cdot m^2$)
Obvodová rychlost v	Úhlová rychlost ω



Odstředivá síla namáhá osu otáčení

Při rotaci působí na jednotlivé části tělesa setrvačné síly (odstředivá síla), které namáhají osu otáčení. Při rovnoměrně rozložené hmotnosti (např. kolo od bicyklu) se tyto síly na osu otáčení vyruší. Když se nevyruší (např. není li kolo dobře vycentrované, nebo když na něj nalkepím kámen do jednoho místa) – osa otáčení bude velmi namáhaná.

Setrvačnick je těžký disk s **hmotou rovnoměrně rozloženou co nejdále od osy otáčení**, aby jeho moment setrvačnosti vzhledem k této ose otáčení byl co největší. ($J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2$, velká $r \Rightarrow$ velké J). Když ho roztočíme, má velkou setrvačnost a ve svém rotování pokračuje i dále (může pak třeba pohánět kola autíčka – hybridní auta kombinují pohon spalovacího motoru, elektromotoru a setrvačnicku). **Setrvačnick může skladovat energii**: při brzdění auta uloží energii do setrvačnicku (roztočím ho) a při rozjíždění ji mohu zase využít.



Osa roztočeného setrvačníku zachovává svůj směr vzhledem k inerciální vztažné soustavě (soustavě spojené se zemí). Na změnu směru osy otáčení je potřeba docela velká síla. Proto je snadné jet na kole rychle (osa rotace rychle roztočených kol zůstává stejná), ale pomalu už je to těžší – pomalu roztočené kolo se snadno poskládá na bok, protože na změnu osy otáčení pomalu roztočeného kola potřebují menší sílu.



Tohoto jevu se používá např. u gyroskopů – rotující setrvačník, který rotuje stále ve stejné rovině a tak může např. pilotovi ukazovat směr horizontu, bez ohledu na to, jestli je letadlo zrovna vzhůru nohama, nebo dělá klopenou zatáčku.

Zachování směru osy rotace setrvačníku je důsledkem zákona zachování **momentu hybnosti L: v izolované soustavě**. Izolovaná soustava je soustava těles, na kterou z vnějšku nepůsobí žádné síly). Moment hybnosti je veličina, která u rotačního pohybu

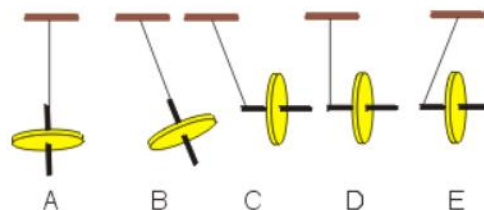
„hraje roli“ hybnosti. $L = J\omega$, podobně jako u posuvného pohybu je hybnost $p=mv$

Zákon zachování momentu hybnosti: celkový moment hybnosti izolované soustavy těles zachovává velikost i směr. Jeho směr určíme podobně jako u momentu síly pravidlem pravé ruky – ohnuté prsty ukáží směr rotace a palec v ose utáčení ukáže směr momentu hybnosti. Tento zákon je vlastně obdoba zákona zachování hybnosti, ale pro rotační pohyb.

Když bychom chtěli změnit směr osy rotace, museli bychom změnit i směr momentu hybnosti a to vyžaduje působení síly. Čím větší je úhlová rychlost rotace ω tělesa, tím větší sílu potřebují.

Úkoly:

- 1) Stoupněte si na otočnou podložku a roztočte se s rukama od sebe. Potom ruce přitáhněte k sobě a pozorujte, co se změní.
 - a. Co se stane s vaší úhlovou rychlostí?
 - b. Která veličina se ještě změní díky změně rozložení vaší hmotnosti? Zmenší se nebo se zvětší?
 - c. Která veličina naopak zůstane stejná?
- 2) Pokuste se projet na kole danou vzdálenost co nejpomaleji, stopněte si čas. Jak to šlo? Proč je tak těžké držet rovnováhu při pomalé jízdě? Co mi pomáhá držet rovnováhu při rychlé jízdě?
- 3) Roztočte dětskou káču. Nakreslete její polohu, když je roztočená. Proč nespadne? Proč spadne, když se zastaví?
- 4) Přilepte na dětskou káču gafou (to je ta stříbrná páska) kamínek. Co se stane teď?
- 5) Roztočte kolečko dětského kočárku nejdříve velmi pomalu a pokuste se změnit směr osy jeho otáčení (naklápějte kolečko na bok) Jak to jde? Potřebujete velkou sílu? Nyní roztočte kolečko co nejrychleji to půjde. Co se stane? Jak velkou sílu k naklopení kolečka potřebujete nyní?
- 6) Než tento pokus provedete, stanovte si hypotézu, jak pokus dopadne. Co se stane, když roztočíte kolečko od kočárku podle obrázku a pak ho pustíte a budete držet pouze za provázek? Proč to tak je?



Počítací sekce:

- 7) **Spočítejte moment setrvačnosti kočárkového kolečka** s poloměrem 20cm a hmotností 1,5kg. **Jakou kinetickou energii** bude mít toto kočárkové kolečko, když ho roztočím na 120 otáček za minutu? (Nápověda: nejdříve bude potřeba spočítat si úhlovou rychlost $\omega = \frac{2\pi}{T}$) **Jaký bude mít moment hybnosti?**

Posuvný pohyb	Rotační pohyb
Hybnost $p = mv$	Moment hybnosti $L = J\omega$
Zákon zachování hybnosti: v izolované soustavě se celková hybnost soustavy nemění	Zákon zachování momentu hybnosti: v izolované soustavě celkový moment hybnosti zachovává velikost i směr.

